Devoir de Contrôle n°1

3eme SC 2 Durée 2 h

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des questions suivantes , une seule des réponses proposées est exacte l'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée

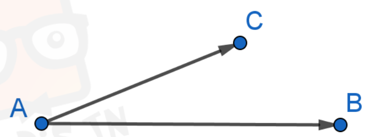
1. La fonction $f : x \longmapsto \dfrac{x}{1+|x|}$ est continue sur :

   a. $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ | b. $\mathbb{R}^*$ | c. $\mathbb{R}$

2. La fonction $g : x \longmapsto \sqrt{1-x^2}$ est majorée sur $[-1;1]$ par :

   a. -1 | b. 1 | c. 0

3. Le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ est un réel :



   a. strictement positif | b. strictement négatif | c. nul

4. $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 0$ équivaut à :

   a. $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$ ou $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{0}$ | b. $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$ et $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{0}$ | c. $\overrightarrow{u} \perp \overrightarrow{v}$

Exercice 2 (5 points)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f et montrer que f est impaire.
2. Soit g la restriction de f à $[1;+\infty[$.
   a. Montrer que $g(x) = \sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}$.
   b. Montrer que pour tout $x \in [1;+\infty[$ on a : $1 < g(x) \leq \sqrt{2}$.
3. a. Montrer que g est continue sur $[1;+\infty[$
   b. Montrer que g est décroissante sur $[1;+\infty[$.
   c. En déduire $g([1;2])$.

www.Tadris.TN 55.635.666 26.222.159

Exercice 3 (4 points)

Soit f la fonction définie par $f(x)=x^2-\sqrt{4-x^2}$. On désigne par $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère, orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ du plan.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Montrer que f est une fonction paire , puis compléter sa représentation graphique dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. (Voir annexe qui sera complétée et rendue avec la copie).
3. Montrer que f admet un minimum en 0 .
4. Justifier que f est continue sur $[-2,2]$.
5. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet au moins une solution $\alpha \in]1,2[$.
6. Résoudre dans $[-2,2]$, l'équation $f(x)=0$.

Exercice 4 (7 points)

On considère dans le plan $\mathscr{P}$, un triangle tel que $AB=3$, $AC=6$, $BC=3\sqrt{3}$ et J le milieu de $[AC]$.

1.
   a. Montrer que $BC^2=AB^2+AC^2-2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

   b. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, en déduire $\cos\widehat{BAC}$ et $\widehat{BAC}$.

   c. Calculez la distance BJ.
2.
   a. Montrer que pour tout point M de $\mathscr{P}$ on a : $MA^2+\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MJ}$.

   b. Déterminer alors l'ensemble $E=\left\{M\in\mathscr{P} \text{ tel que } MA^2+\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MC}=0\right\}$.
3.
   a. Soit H le point de la droite (AB) tel que $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AB}=4,5$. Vérifier que H est le milieu de $[AB]$.

   b. En déduire l'ensemble (D) des points M de $\mathscr{P}$ tels que $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=4,5$.
4. Soit G le barycentre des points pondérés $(A,3)$ et $(C,1)$.

   a. Calculer les distances GA et GC.

   b. Montrer que pour tout point M de $\mathscr{P}$ on a : $3MA^2+MC^2=4MG^2+27$.

   c. En déduire l'ensemble $F=\left\{M\in P \text{ tel que } 3MA^2+MC^2=43\right\}$.

Annexe

Figure de l'exercice 3

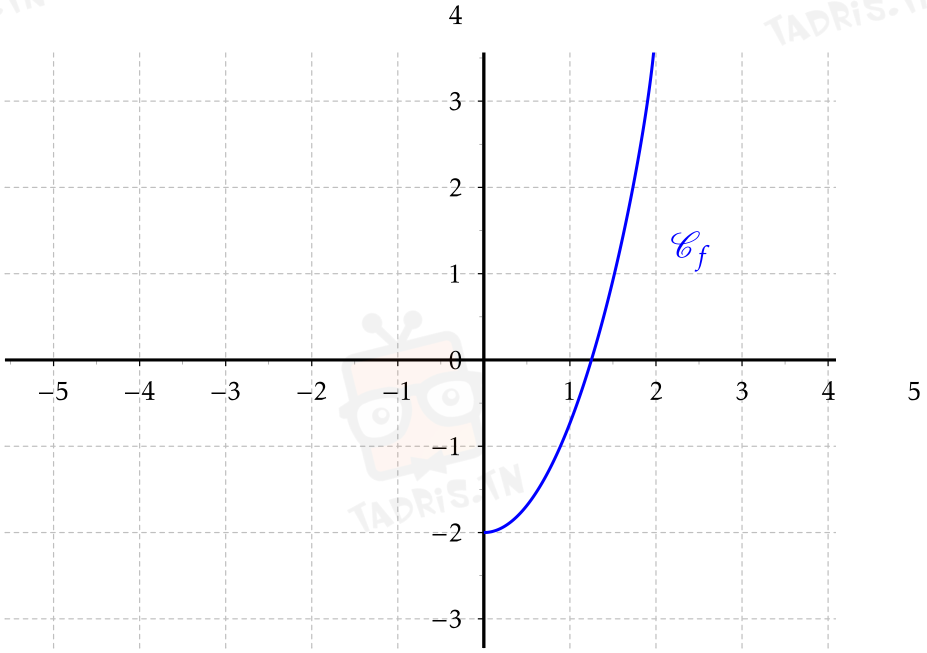


Figure de l'exercice 4